

Taux d'évolution

I - Coefficient multiplicateur

Exercice 1

1. Le prix d'un produit a augmenté de 20 %. Il valait initialement 40€. Quel est le montant de l'augmentation et son nouveau prix ?
Par combien le prix initial a-t-il été multiplié ?
2. Le nombre d'adhérents d'une association était de 250 en 2008. Il a baissé de 6% en 2009. Combien d'adhérents y'a-t-il en 2009 ?
Par combien le nombre initial d'adhérents a-t-il été mutliplié ?

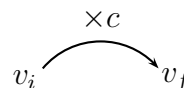
Propriété

- Augmenter une quantité de $t\%$ revient à multiplier celle-ci par $(1 + t)\%$.
- Diminuer une quantité de $t\%$ revient à multiplier celle-ci par $(1 - t)\%$.

Définition

Dans ce qui précède, le pourcentage t est un pourcentage, ou taux, d'évolution (d'augmentation ou de diminution).

Le nombre $c = 1 + t$ ou $c = 1 - t$ s'appelle le coefficient multiplicateur.



Propriété

Un coefficient multiplicateur supérieur à 1 correspond à une hausse (augmentation), tandis que s'il est inférieur à 1, l'évolution est une diminution (baisse).

Exercice 2

1. La valeur d'une quantité a été multipliée par 1,6. Cette évolution est-elle une hausse ou une baisse ? Indiquer le taux d'évolution correspondant.
2. La valeur d'une quantité a été multipliée par 0,3. Cette évolution est-elle une hausse ou une baisse ? Indiquer le taux d'évolution correspondant.

Exercice 3

1. Quel est le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 25% ? à une diminution de 12% ?
2. Une étude a montré que le coût des vacances a, en moyenne, doublé depuis les dix dernières années. Quel est le taux d'évolution correspondant ?
3. Dans une ville, les loyers ont été multipliés par environ 3 en 40 ans. Quel est le pourcentage d'augmentation correspondant ?
4. Durant des soldes, le prix d'un article est divisé par 2. Quel est le pourcentage de la réduction qui lui a été appliqué ?
5. A la suite d'une surproduction, le prix de vente d'un légume a été divisé par 3. Calculer le taux de diminution du prix du légume.

Exercice 4 (23 p56) Un magasin annonce des soldes de -15% sur tous ses articles.

1. Calculer le prix soldé d'un article qui valait 132€.
2. Calculer le prix initial d'un article soldé 35,70€.

Exercice 5 (24 p56) Un journal mensuel publie l'état de ses comptes pour l'année 2004. On peut notamment lire : "nombre d'abonnés : 151 000, ce qui constitue une baisse de 3% par rapport à 2003."

Calculer le nombre d'abonnés que ce journal avait en 2003.

Exercice 6 (25 p56) Une station de radio annonce à ses auditeurs : "vous êtes 820 000 à nous écouter régulièrement et la progression est de 0,6% depuis l'enquête précédente."

Calculer le nombre d'auditeurs qui écoutaient régulièrement cette station d'après la précédente enquête.

Exercice 7 Le prix d'un produit a été augmenté de 12%, puis le mois suivant de 15%.

Son prix initial était de 34€.

Déterminer le prix final de cet article, le coefficient multiplicateur ainsi que le pourcentage de l'augmentation globale.

II - Variations absolue et relative - Taux d'évolution

Exercice 8 (Activité p48) On peut lire dans un journal : "le prix du produit X, qui est passé de 500€ à 502€, n'a pratiquement pas bougé."

et, plus loin, "hausse impressionnante du prix produit Y, qui est passé de 2€ à 3€."

1. Calculer les variations de prix, exprimées en euros, des produits X et Y ; ces résultats expliquent-ils les écrits du journal ?

2. Ecrire sous forme de pourcentage la variation relative $\frac{502 - 500}{500}$ du prix de X, puis la variation relative du prix de Y.

Ces résultats expliquent-ils les écrits du journal ?

Définition On appelle variation absolue de v_i à v_f la différence $v_f - v_i$.

Propriété Le taux d'évolution, ou variation relative, de v_i à v_f est $t = \frac{v_f - v_i}{v_i} = \frac{\text{Variation absolue}}{v_i}$.

Exemple :

• La variation relative de $v_i = 2,5$ à $v_f = 10$ est $v_f - v_i = 7,5$.

Le taux d'évolution, ou variation relative, est $\frac{v_f - v_i}{v_i} = \frac{10 - 2,5}{2,5} = 3 = 300\%$.

• La variation absolue de $v_i = 10$ à $v_f = 2,5$ est $v_f - v_i = -7,5$.

Le taux d'évolution, ou variation relative, est $\frac{v_f - v_i}{v_i} = \frac{2,5 - 10}{10} = -0,75 = -75\%$.

Il s'agit donc d'une diminution de 75%.

Exercice 9 p49)

1. Le montant de la redevance de l'audiovisuel était de 114,49€ en 2001 et de 116,50€ en 2004.

Calculer la variation absolue et le taux d'évolution de cette taxe entre 2001 et 2004.

2. Un bébé qui pesait 2,800 kg à la naissance pèse 2,660 kg à 3 jours.

Calculer le taux d'évolution du poids du bébé entre les deux pesées.

Exercice 10 (1 p55) La population d'un village est passée de 120 habitants le 1^{er} janvier 2004 à 105 habitants le 1^{er} janvier 2005.

Calculer la variation absolue et le taux d'évolution du nombre d'habitants entre ces deux dates.

Exercice 11 (2 p55) Une famille a consommé 150 mètres cubes d'eau en 2003 et 137 mètres cubes d'eau en 2004.

Calculer la variation absolue et la variation relative de la consommation d'eau de cette famille.

Exercice 12 (3 p55) Dans une cité universitaire, le montant du loyer mensuel pour une chambre est passé de 120€ l'an dernier à 125€ cette année.

Calculer la variation absolue et la variation relative du montant de ce loyer.

Exercice 13 (4 p55) Un théâtre a programmé 260 représentations pour l'année en cours contre 240 l'année passée.

Calculer la variation absolue et le taux d'évolution du nombre de représentations.

Exercice 14 (5 p55) Au siècle dernier, la population de la Terre est passée, en 80 ans, de 2 milliards à 6 milliards d'individus.

Calculer la variation absolue et le pourcentage d'augmentation du nombre de terriens sur ces 80 ans.

Exercice 15 (6 p55) Le nombre d'employés d'une société de conseil et d'ingénierie en nouvelles technologies est passé de 50 à 65 au bout de deux mois d'existence.

Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre d'employés.

Exercice 16 (7 p55) La France a obtenu 38 médailles aux jeux olympiques de Sydney en 2000 et 33 médailles aux jeux olympiques d'Athènes en 2004.

Calculer la variation relative du nombre de médailles obtenues par la France entre les jeux de 2000 et 2004.

Exercice 17 (10 p55) Je gagnais 1200€ par mois et j'ai été augmenté de 30€. Sans calculer le nouveau salaire, calculer la variation relative de l'ancien au nouveau salaire.

Exercice 18 (11 p55) La facture d'épicerie de M. Machin s'élève à 12,30€. "*Je vous fais cadeau des 0,30€.*" lui dit l'épicier.

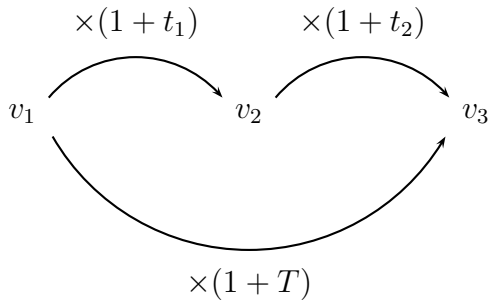
Sans calculer le prix après réduction, calculer le pourcentage de la réduction ainsi consentie.

III - Evolutions successives - Evolution réciproque

Exercice 19 (Activité p52)

1. Pour fêter l'ouverture de son garage, un concessionnaire automobile fait une réduction de 10% sur un modèle de voiture dont le prix initial est 12 000€. Après discussion, un client obtient une remise supplémentaire de 5%.
 - a) Calculer le prix de la voiture après la première réduction, puis le prix final.
 - b) Calculer le taux d'évolution du prix initial de la voiture au prix payé par le client ; la réduction totale est-elle de 15% ?
2. Pour la même occasion, le concessionnaire augmente les salaires des employés de 2,5%.
 - a) Quel est le nouveau salaire d'un employé qui gagnait 1 400€ ?
 - b) Calculer le taux d'évolution du nouveau salaire à l'ancien (1400€) ; ce taux est-il égal à -2,5% ?

On considère trois valeurs successives v_1 , v_2 et v_3 , et on désigne par t_1 le taux d'évolution de v_1 à v_2 , et t_2 le taux d'évolution de v_2 à v_3 , et par T le taux d'évolution global, c'est-à-dire de v_1 à v_3 .



On a alors : $v_3 = v_2 \times (1 + t_2) = v_1 \times (1 + t_1) \times (1 + t_2)$
et aussi, $v_3 = v_1 \times (1 + T)$.

On en déduit donc que $1 + T = (1 + t_1)(1 + t_2)$.

Propriété

Le coefficient multiplicateur global est égal à la multiplication des coefficients multiplicateurs successifs.

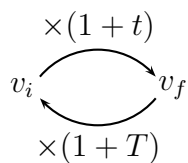
Exercice 20 Un article, initialement à 27€, est augmenté de 5%, puis de 10%.
Calculer le coefficient multiplicateur global, puis le prix final de l'article.
Quel est le taux d'évolution global ?

Exercice 21 Lors d'une journée, le cours d'une action a augmenté de 10%, puis baissé de 9,5%.
Calculer le coefficient multiplicateur global, puis le cours final de cette action.
Quel est le taux d'évolution global ?

Exercice 22 (1 p53) Le prix d'un produit d'usage courant a baissé de 4%, puis à nouveau de 5%. Calculer le taux d'évolution de ce produit, du prix initial au prix final.

Exercice 23 Un commerçant a augmenté par erreur le prix d'un article, initialement à 17€, de 20%. Quel taux doit-il lui appliquer pour ramener son prix à sa valeur initiale ?

On considère deux valeurs v_i et v_f , et on désigne par t le taux d'évolution de v_i à v_f , et par T le taux d'évolution réciproque de v_f à v_i .



On a donc : $v_f = v_i \times (1 + t) = v_f \times (1 + T) \times (1 + t)$

d'où, $(1 + T) \times (1 + t) = 1$,

et ainsi, $1 + T = \frac{1}{1 + t}$.

Propriété

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque de v_f à v_i est l'inverse du coefficient multiplicateur de l'évolution de v_i à v_f .

Exercice 24 Le cours d'une action a baissé de 10%. Calculer le taux d'évolution qu'il faudrait lui appliquer pour qu'elle revienne à son cours initial.

Exercice 25 (2 p53) Le prix d'un produit d'usage courant a baissé de 6%. Calculer le taux d'évolution qu'il faudrait lui appliquer pour que le produit revienne à son prix initial.

Exercice 26 (34 p57) Cette année, les ventes des CD d'un chanteur ont baissé de 8%. Calculer le taux d'évolution qu'il faudrait appliquer pour que le nombre de CD vendus revienne à la valeur antérieure.

Exercice 27 (35 p57) L'augmentation du nombre d'accidents entre juillet et août a été de 12%. Calculer le taux d'évolution du nombre d'accidents entre août et septembre pour que le nombre d'accidents de septembre soit égal à celui de juillet.

Exercice 28 (28 p57) De 1992 à 1998, la population d'une ville a augmenté de 10,3%, et de 1998 à 2004, elle a diminué de 9%. Calculer le taux d'évolution de la population de cette ville de 1992 à 2004.

Exercice 29 (29 p57)

1. Dans un pays, le prix du bœuf a augmenté de 6% en 2003, puis de 5% en 2004.
Calculer la variation relative du prix du bœuf du début 2003 à la fin 2004.
 2. Dans ce pays, la consommation de bœuf a baissé de 2% en 2003, puis de 6% en 2004.
Calculer la variation relative de la consommation du bœuf du début 2003 à la fin 2004.
-